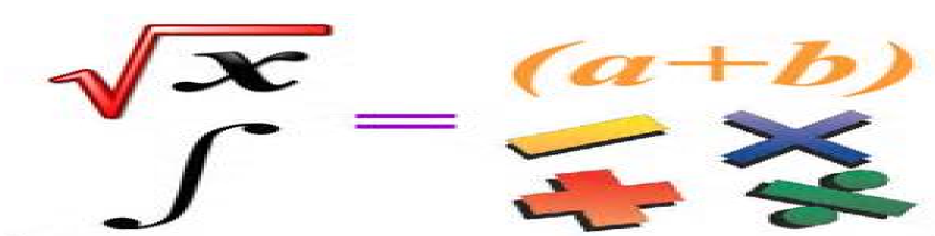
MPSP Ministério Público
DO ESTADO DE SÃO PAULO

Concurso Público 2016

Cargo: Motorista

Matemática



Conteúdo

Operações no conjunto dos números Naturais; Operações no conjunto dos números Inteiros; Operações no conjunto dos números racionais; Operações no conjunto dos números reais; Expressões numéricas e algébricas em N, Z e Q; Potenciação e radiciação no conjunto N; Resolução de situação problema; MDC e MMC (operações e problemas); Números fracionários; Operações com frações; Medidas de comprimento e de superfície (perímetro e área); Medidas de volume, capacidade e massa; Equação do 1º grau e do 2º grau; Razão e proporção; Regra de três simples e composta; Porcentagem e juros simples; Média aritmética simples e ponderada.

Coletânea de Exercícios Gerais

Operações no conjunto dos Números Naturais

Começando pelo zero e acrescentando uma unidade, vamos escrevendo o conjunto dos números naturais, representados pela letra **IN**:

IN = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

As reticências, significam que o conjunto não tem fim, pois um número natural sempre possui um **sucessor** e a partir do zero um **sucessor.**

Exemplos:

- o sucessor de 10 é 11 e o antecessor de 10 é 9.
- o ano que sucede 2003 é 2004 e 2002 antecede 2003.
- **Generalizando:** o sucessor de **n** é **n + 1** e o antecessor de **n** é **n - 1**.

Exercícios Resolvidos

1) Um número natural e seu sucessor chamam-se consecutivos. Escreva todos os pares de números consecutivos entre esses números: **2 - 10 - 9 - 101 - 0 - 1 - 256 - 702 - 500 - 255**

Resolução:

0 e 1; 1 e 2; 9 e 10; 255 e 256

2) Hudson disse: "Reinivaldo tem 45 anos. Thaís é mais velha que Reinivaldo. As idades de Reinivaldo e Thaís são números consecutivos. A minha idade é um número que é o sucessor do sucessor da idade de Thaís ". Quantos anos Hudson tem?

Resolução:

Como Thaís é mais velha que Reinivaldo e as suas idades são números consecutivos, então se Reinivaldo tem 45 anos, Thaís tem 46 anos. Como a idade de Hudson é o sucessor do sucessor de 46, então esta idade será 48 anos.

3) Escreva todos os números naturais que são maiores que 3 e menores que 7.

Resolução:

Seja o conjunto: $A = \{x \in IN \,/\, 3 < x < 7\}$***, por uma propriedade específica o enunciado do exercício ficará escrito desta forma, ilustrando todos os elementos fica assim:***

$A = \{4, 5, 6\}$

Adição

Um automóvel segue de João Pessoa com destino a Maceió. Seu condutor deseja passar por Recife, sabendo-se que a distância de João Pessoa até Recife é de 120 km e que Recife está a 285 km de Maceió, quantos quilômetros o automóvel irá percorrer até chegar em Maceió? Esta é uma pergunta relativamente fácil de responder, basta somar as distâncias: **285 + 120 = 405 km.**

Adição é uma operação que tem por fim reunir em um só número, todas as unidades de dois, ou mais, números dados.

O resultado da operação chama-se **soma ou total,** e os números que se somam, **parcelas ou termos.**

Propriedades

Fechamento - A soma de dois números naturais é sempre um número natural. **Exemplo: 8 + 6 = 14**

Elemento Neutro - Adicionando-se o número 0 (zero) a um número natural, o resultado é o próprio número natural, isto é, o 0 (zero) não influi na adição. **Exemplo: 3 + 0 = 3**

Comutativa - A ordem das parcelas não altera a soma. **Exemplo: 3 + 5 + 8 = 16 ou 5 + 8 + 3 = 16**

Associativa - A soma de vários números não se altera se substituirmos algumas de suas parcelas pela soma efetuada. Os sinais empregados para associações são denominados:

( ) parênteses [ ] colchetes { } chaves

Exemplos:

8 + 3 + 5 = (8 + 3) + 5 = 11 + 5 = 16

13 + 5 + 2 + 7 = (13 + 5) + (2 + 7) = 18 + 9 = 27

De um modo geral → **a + (b + c) = (a + b) + c**

Nota:

Estudando-se as línguas, verificamos a importância da colocação das vírgulas para entendermos o significado das sentenças.

Exemplo:

1) "Tio Sérgio, André vai ao teatro."

2)"Tio, Sérgio André vai ao teatro."

Podemos verificar que essas duas sentenças apresentam significados diferentes, pelo fato da vírgula ter sido deslocada.

Nas expressões e sentenças matemáticas, os sinais de associação (parênteses, colchetes e chaves) podem funcionar como verdadeiras vírgulas. Resolvem-se os sinais na sequência:

( ) parênteses [ ] colchetes{ } chaves

Exemplo:

A expressão (10 - 5) + 2 = 5 + 2 = 7 e 10 - (5 + 2) = 10 - 7 = 3, são diferentes, daí a importância da associação.

Dissociativa - Em toda soma pode-se substituir uma parcela por outra cuja soma seja igual a ela. Esta propriedade é de sentido contrário da anterior.

Exemplo:

9 + 3 + 8 = (5 + 4) + 3 + 8 (Neste caso o número **9** foi dissociado em dois outros **5** e **4**).

De uma maneira geral (a + b) + c = a + b + c.

Observe que o **zero** como parcela não altera a soma e pode ser retirado.

Exemplo:

20 + 7 + 0 + 3 = 20 + 7 + 3

Subtração

Fabiano fez um depósito de R$ 1 200,00 na sua conta bancária. Quando retirou um extrato, observou que seu novo saldo era de R$ 2 137,00. Quanto Fabiano tinha em sua conta antes do depósito?

Para saber, efetuamos uma subtração:

```
–  2 137  ────▶ minuendo
   1 200  ────▶ subtraendo
  ────────
 R$ 937,00 ───▶ resto ou diferença
```

Denomina-se **subtração** a diferença entre dois números, dados numa certa ordem, um terceiro número que, somado ao segundo, reproduz o primeiro. A subtração é uma operação inversa da adição.

O primeiro número recebe o nome de minuendo e o segundo de subtraendo, e são chamados termos da subtração. A diferença é chamada de resto.

Propriedades

Fechamento: - Não é válida para a subtração, pois no campo dos números naturais, não existe a diferença entre dois números quando o primeiro é menor que o segundo. **Exemplo: 3 - 5**

Comutativa: Não é válida para a subtração, pois → 9 - 0 ≠ 0 - 9

Associativa: Não é válida para a subtração, pois →(15 - 8) - 3 = 7 - 3 = 4 e 15 - (8 - 3) = 15 - 5 = 10
Somando-se ou subtraindo-se um mesmo número aos termos de uma subtração, a diferença não se altera.
Exemplo: seja a diferença 15 - 8 = 7, somando-se 4 aos seus dois termos, teremos:
→ (15 + 4) - (8 + 4) = 19 - 12 = 7

Multiplicação

Multiplicar é somar parcelas iguais.
Exemplo: 5 + 5 + 5 = 15
Nesta adição a parcela que se repete (5) é denominada ***multiplicando*** e o número de vezes que o multiplicamos (3) é chamado ***multiplicador*** e o resultado é chamado de ***produto***.
Então:

$$\begin{array}{rl} 5 & \longrightarrow \textit{multiplicando} \\ \times\ 3 & \longrightarrow \textit{multiplicador} \\ \hline 15 & \longrightarrow \textit{produto} \end{array}$$

Multiplicação é a operação que tem por fim dados dois números, um denominado multiplicando e outro multiplicador, formar um terceiro somando o primeiro tantas vezes quando forem as unidades do segundo. O multiplicando e o multiplicador são chamados de fatores.

Propriedades

1) Fechamento - O produto de dois números naturais é sempre um número natural.
Exemplo: 5 x 2 = 10

2) Elemento Neutro - O número 1 (um) é denominado de elemento neutro da multiplicação porque não afeta o produto.
Exemplo: 10 x 1 = 10

3) Comutativa - A ordem dos fatores não altera o produto.
Exemplo: 5 x 4 = 20 ou 4 x 5 = 20

4) Distributiva em relação à soma e a diferença - Para se multiplicar uma soma ou uma diferença indicada por um número, multiplica-se cada uma das suas parcelas ou termos por esse número, e em seguida somam-se ou subtraem-se os resultados.
Exemplos:
1º) (4 + 5) x 3 = 4 x 3 + 5 x 3 = 27
2º) (7 - 4) x 5 = 7 x 5 - 5 x 4 = 15

Essa propriedade é chamada **distributiva** porque o multiplicador se distribui por todos os termos.
Para multiplicar uma soma por outra, pode-se multiplicar cada parcela da primeira pelas parcelas da segunda e somar os produtos obtidos.

Exemplo: **(6+ 3) x (2 + 5) = 6 x 2 + 6 x 5 + 3 x 2 + 3 x 5 = 63**

Divisão

→ Divisão Exata

Divisão exata é a operação que tem por fim, dados dois números, numa certa ordem, determinar um terceiro que, multiplicado pelo segundo, reproduza o primeiro. A indicação dessa operação é feita com os sinais: ou ÷ que se lê: **dividido por.** O primeiro número chama-se **dividendo,** o segundo **divisor** e o resultado da operação, **quociente.**

Exemplo: 15 : 3 = 5, pois 5 x 3 = 15

Onde 15 é o dividendo, 3 é o divisor e 5 é o quociente.

→ Divisão Aproximada

No caso de se querer dividir, por exemplo, 53 por 6, observa-se que não se encontra um número inteiro que, multiplicado por 6, reproduza 53, pois $8 \times 6 = 48$ **é menor que** 53 e $9 \times 6 = 54$ **é maior que** 53.

O número 8, que é o maior número que multiplicado por 6 não ultrapassa o dividendo 53, é denominado quociente aproximado a menos de uma unidade por falta, porque o erro que se comete, quando se toma o número 8 para o quociente, é menor que uma unidade. Temos, assim, a seguinte definição: chama-se **resto** de uma divisão aproximada a diferença entre o dividendo e o produto do quociente aproximado pelo divisor. A indicação dessa divisão é feita assim:

Dividendo	Divisor
Resto	Quociente

DIVIDENDO = DIVISOR × QUOCIENTE + RESTO

Exemplo:

53	6
5	8

⇒ 53 = 6 × 8 + 5

Expressões Numéricas

Luiz foi na feira, e comprou 3 dúzias de bananas, 3 dúzias de laranjas, 2 abacaxis e 2 melancias.

Observando o preço das coisas abaixo, diga quanto Luiz gastou.

1 dúzia de banana: R$ 1,70
1 dúzia de laranja: R$ 2,30
Abacaxi (unidade): R$ 1,50
melancia (unidade): R$ 5,00

Podemos calcular quanto Luiz gastou assim:
3 . 1,70 + 3 . 2,30 + 2 . 1,50 + 2 . 5 =
= 5,10 + 6,90 + 3,00 + 10,00 =

= 25,00

Conclusão: Luiz gastou R$ 25,00.

A expressão que nos leva a esse resultado é esta: 3 x 1,70 + 3 x 2,30 + 2 x 1,50 + 2 x 5. Se não começássemos pelas multiplicações, o resultado estaria errado. Isso por que uma multiplicação nada mais é do que uma adição abreviada. Então, deve-se sempre seguir a regra: em primeiro lugar efetuamos as potenciações e radiciações, depois as multiplicações e divisões, e por fim as adições e subtrações.

Por que essa ordem? Primeiro, devemos perceber que as potências não são nada mais do que abreviações de multiplicações. Desse modo, devemos calculá-las primeiro para decompô-las. As multiplicações, por sua vez, são abreviações de adições. E as raízes, divisões e subtrações? Essas são feitas junto com suas inversas, já que sempre é possível transformá-la numa inversa. Por exemplo, subtrair 5 é o mesmo que somar -5; dividir por 3 é o mesmo que multiplicar por um terço; e extrair a raiz quadrada, é o mesmo que elevar à potência de expoente um meio.

Portanto, é um conjunto de números reunidos entre si por sinais de operações.

Como já foi visto, o cálculo dessas expressões é feito na ordem em que é indicada, devendo observar-se que são feitas inicialmente as operações indicadas entre parênteses, em seguida as indicadas entre colchetes e finalmente as indicadas entre chaves.

Exemplos:

1) Calcular o valor da expressão 35 - [4 + (5 - 3)]
efetuando-se as operações indicadas dentro dos parênteses obtemos 35 - [4 + 2]
efetuando-se as operações indicadas dentro dos colchetes temos 35 - 6 = 29

2) Calcular o valor da expressão 86 - {26 - [8 - (2 + 5)]}
efetuando-se as operações indicadas nos parênteses obtemos 86 - {26 - [8 - 7]}
efetuando-se as operações indicadas nos colchetes temos 86 - {26 - 1}
efetuando as operações indicadas entre as chaves vem que 86 - 25 = 61

3) Calcular o valor da expressão 53 - {[48 + (7 - 3)] - [(27 - 2) - (7 + 8 + 10)]}
53 - {[48 + 4] - [25 - 25]}
53 - {52 - 0}
53 - 52 = 1

O cálculo das expressões numéricas que contém as 4 operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) deve obedecer a seguinte ordem:
Inicialmente as multiplicações e divisões e em seguida, as adições e subtrações, respeitando-se a ordem de se iniciar com os parênteses mais internos, a seguir os colchetes e finalmente as chaves.

54 - 3 x [(7 + 6 : 2) - (4 x 3 - 5)]
efetuando-se inicialmente as multiplicações e divisões que estão indicadas nos parênteses temos:
54 - 3 x [10 - 7]
efetuando-se os colchetes vem que
54 - 3 x [3]
54 - 9 = 45

Outros exemplos:
1- Numa expressão numérica a multiplicação resolve-se em 1º lugar.

15x4+6-8=
=60+6-8=
=66-8=

=58

2- Numa expressão numérica resolve-se em 1º lugar os parênteses.
180-(23x2-10)x5=
=180-(46-10)x5=
=180-36x5=
=180-180=
=0

3- Numa expressão numérica só com adição e subtração, resolve-se as operações segundo a ordem indicada.
140+40+35-10=
180+35-10=
215-10=
205

Exercício Resolvido

1) Resolva a seguinte expressão aritmética {[(8 x 4 + 3) : 7 + (3 + 15 : 5) x 3] x 2 - (19 - 7) : 6} x 2 + 12
Resolução:
{[(32 + 3) : 7 + (3 + 3) x 3] x 2 - 12 : 6} x 2 + 12
{[35 : 7 + 6 x 3] x 2 - 2} x 2 + 12
{[5 + 18] x 2 - 2} x 2 + 12
{23 x 2 - 2} x 2 + 12
{46 - 2} x 2 + 12
44 x 2 + 12
88 + 12
100

Exercícios para resolver

Gabarito: **no final da Coletânea de exercícios**

1) Coloque parênteses em cada uma das expressões numéricas seguintes de modo que resultem igualdades verdadeiras:
a) 5 + 3 x 4 + 2 = 23
b) 5 + 3 x 4 + 2 = 48
c) 5 + 3 x 4 + 2 = 34

2) Calcular:
a) 13,5x5-18x2
b) 160-(24+50x2)
c) (12,5x4-15x2)x3
d) (15,8-23x0)+(80-4,5x10)
e) 190 +(16x5-0,08x100)x0,1
f) (24x10-70)x0,1+(45-5x0,1)x0,1

Gabarito

1)
a) 5 + 3 x (4 + 2) = 23
b) (5 + 3) x (4 + 2) = 48
c) (5 + 3) x 4 + 2 = 34

2)
a) 31,5
b) 36
c) 60
d) 50,8
e) 197,2
f) 21,45

Divisibilidade

Existem algumas regras que podem nos auxiliar a identificar se um número é ou não divisível por outro.
Por exemplo, sabemos que 16 é divisível por 2, ou que 27 é divisível por 3, e, no entanto, será que 762 é divisível por 2? E por 3?

DIVISIBILIDADE POR 2

Todo número que é **par** é divisível por 2**.**
Exemplos: 762, 1 572, 3 366 etc.

DIVISIBILIDADE POR 3

Somam-se os algarismos do número em questão, se o resultado for um número divisível por 3, então o número inicial o será também.
Exemplos:
- 762, pois 7 + 6 + 2 = 15
- 3 573, pois 3 + 5 + 7 + 3 = 18
- 53 628, pois 5 + 3 + 6 + 2 + 8 = 24

DIVISIBILIDADE POR 4

Observe os dois últimos algarismos se for **dois zeros** ou se **terminar numa dezena divisível por 4** o número será divisível por 4.
Exemplos:
- 764, pois 64 é divisível por 4.
- 1 572, pois 72 é divisível por 4.
- 3 300, pois o número termina em dois zeros.

DIVISIBILIDADE POR 5

Observe o último algarismo se for **zero** ou **cinco** o número será divisível por 5.
Exemplos:
760, 1 575, 3 320.

DIVISIBILIDADE POR 6

Todo número que é divisível por **2** e por **3** ao mesmo tempo, será também, divisível por **6.**
Exemplos:
762, 1 572, 33 291.

DIVISIBILIDADE POR 7

Seguindo um algoritmo apresentado por um professor, vamos seguir 3 passos:

1º. Separe a casa das unidades do número;

2º. Multiplique esse algarismo separado (da direita) por 2;

3º. Subtraia esse resultado do número à esquerda se esse resultado for divisível por 7, então o número original também o será.

Exemplos:
- **378 é divisível por 7,** pois

Passo1: **37 .... 8**
Passo 2: **8 x 2 = 16**
Passo 3: **37 - 16 = 21**

Como **21** é divisível por **7,** então **378** também o é.

❖ **4 809** **é divisível por** **7,** pois

Passo1: **480 .... 9**
Passo 2: **9 x 2 = 18**
Passo 3: **480 - 18 = 462**
Repetindo os passos para o número encontrado:
Passo1: **46 .... 2**
Passo 2: **2 x 2 = 4**
Passo 3: **46 - 4 = 42**

Como 42 é divisível por 7, então 4 809 também o é.

DIVISIBILIDADE POR 8

Observe os **três últimos algarismos,** se for **três zeros** ou **uma centena divisível por** 8 então o número original também será.
Exemplos:
1 416, 33 296, 57 800, 43 000.

DIVISIBILIDADE POR 9

Somam-se os algarismos do número em questão, se o resultado for um número divisível por 9, então o número inicial o será também.
Exemplos:
❖ 3 573, pois 3 + 5 + 7 + 3 = 18
❖ 53 928, pois 5 + 3 + 9 + 2 + 8 = 27
❖ 945 675, pois 9 + 4 + 5 + 6 + 7 + 5 = 36

DIVISIBILIDADE POR 10

Observe o último algarismo se for **zero** o número será divisível por 10.
Exemplos:
760, 3 320, 13 240.

DIVISIBILIDADE POR 11

Um número será divisível por 11, quando a diferença entre a soma dos algarismos de ordem par e a soma dos algarismos de ordem ímpar tiver como resultado um número divisível por 11.
Exemplos:
❖ 2 937, pois:
soma dos algarismos de ordem par: 9 + 7 = 16
soma dos algarismos de ordem ímpar: 2 + 3 = 5
fazendo a diferença: 16 - 5 = 11

❖ 28 017, pois:
soma dos algarismos de ordem par: 8 + 1 = 9
soma dos algarismos de ordem ímpar: 2 + 0 + 7 = 9
fazendo a diferença: 9 - 9 = 0

Múltiplos e Divisores de um número

Um número é múltiplo de outro quando, ao dividirmos o primeiro pelo segundo, o resto é zero.

Exemplo:

$\begin{array}{l|l} 10 & 2 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 15 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 5 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 9 & 2 \\ \cline{2-2} 1 & 4 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 15 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 3 \end{array}$

Observe as seguintes divisões entre números Naturais:

As três primeiras divisões têm resto zero. Chamam-se **divisões exatas**. As duas últimas têm resto diferente de zero. Chamamos de divisão inteira. Um número é divisor do outro se o segundo é múltiplo do primeiro.

O número 10 é múltiplo de 2; 12 é múltiplo de 3; 15 também é múltiplo de 3; mas 9 não é múltiplo de 2; e 15 não é múltiplo de 4.

Vamos agora escrever o conjunto dos múltiplos de 2, indicado por M(2), e dos múltiplos de 5, isto é, M(5):
M(2) = {0,2,4,6,8,...}.
M(5) = {0,5,10,15,20,...}

Para lembrar:

O conjunto dos múltiplos de um número Natural não-nulo é infinito e podemos consegui-lo multiplicando-se o número dado por todos os números Naturais.

Observe:
M(3) = {3 x 0, 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3, 3 x 4, 3 x 5, 3 x 6,...} = {0,3,6,9,12,15,18,...}

Observe também que o menor múltiplo de todos os números é sempre o zero. Diremos que um número é divisor de outro se o segundo for múltiplo do primeiro.

No exemplo anterior, observamos que o número 10 é múltiplo de 2, consequentemente 2 é divisor de 10.

Os números 12 e 15 são múltiplos de 3, portanto, 3 e 5 são divisores de 12 e 15, respectivamente.

Vamos agora escrever o conjunto dos divisores de 15, indicado por D(15), e dos divisores de 20, isto é, D(20):
D(15) = {1,3,5,15}
D(20) = {1,2,4,5,10,20}

Observe que o conjunto dos divisores de um número Natural não-nulo é sempre um conjunto finito, em que o menor elemento é o 1 e o maior é o próprio número.

Quantidade de Divisores de um Número

Podemos determinar o total de divisores de um número, mesmo não se conhecendo todos os divisores.

⇒ **Regra:** O número total de divisores de um número é igual ao produto dos expoentes dos seus fatores primos aumentados (cada expoente) de uma unidade.

Exemplo:
Vamos determinar o total de divisores de 80.
Fatorando-se o número 80 encontraremos: → $80 = 2^4 \times 5^1$

Aumentando-se os expoentes em 1 unidade:
- $\mathbf{4} + 1 = 5$
- $\mathbf{1} + 1 = 2$

Efetuando-se o produto dos expoentes aumentados
$$5 \times 2 = 10$$
Portanto, o número de divisores de 80 é 10.

Nota:
Ao determinarmos a quantidade de divisores estamos encontrando apenas os divisores positivos desse número.

Números Pares e Números Ímpares

Chamamos de números pares o conjunto de números inteiros formados pelos múltiplos inteiros de 2:
Exemplo: 0, 2, -2, 4, -4, 6, -6, 8, -8 ......

Chamamos de números ímpares todos os números que não são múltiplos de 2:
Exemplo: -1, 3, -3, 5, -5, 7, -7, 9, -9 ....

Números Primos

Todo número que apresenta dois divisores naturais, sendo eles: o próprio número e a unidade; ele será considerado um número primo, são eles:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...

RECONHECENDO UM NÚMERO PRIMO:

Dividimos o número, de maneira sucessiva, pelos números que formam a série dos números primos, até encontramos um coeficiente igual ou menor ao divisor. Caso nenhuma dessas divisões seja exata, então o número é primo.
Nota: utilizando-se os critérios de divisibilidade, poderemos evitar algumas dessas divisões.

Exemplo:
Vamos verificar se o número 193 é primo. Utilizando os critérios da divisibilidade, podemos verificar que 193 não é divisível por 2, 3, 5, 7.
Então, dividindo:

193	11	193	13	193	17
83	17	63	14	23	11
6		11		6	

Quociente menor que o divisor $\Rightarrow 11 < 17$, e não houve divisão exata, então o número **193 é primo.**

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Quando um número não é primo, pode ser decomposto num produto de fatores primos.
A fatoração consiste, portanto, em encontrar todos os fatores primos divisores de um número natural.

$\Rightarrow$ **Regra:** dividimos o número pelo seu menor divisor primo, excetuando-se a unidade, a seguir, dividimos o quociente pelo menor divisor comum e assim sucessivamente até encontrarmos o quociente 1. O número dado será igual ao produto de todos os divisores encontrados que serão números primos.

Exemplo:

12	2
6	2
3	3
1	

$12 = 2^2 \times 3$, sendo 2 e 3 primos

Número composto (ou múltiplos)

São números que possuem outros divisores além da unidade e deles mesmos.
Exemplos:
a) 4, pois D (4) = {1, 2, 4}
b) 6, pois D (6) = {1, 2, 3, 6}, etc...

Obs: Por convenção, o número 1 não é **nem primo, nem composto.**

Máximo Divisor Comum (M.D.C.)

Denomina-se máximo divisor comum entre dois ou mais números naturais não nulos, ao maior número natural que divide a todos simultaneamente.

Exemplo: O máximo divisor comum entre 6, 18 e 30 é o número 6, pois este divide ao mesmo tempo o 6, o 18 e o 30 e, além disso, é o maior dos divisores simultâneos dos números dados.

MÉTODO DA COMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Decompõe-se os números em fatores primo e em seguida escolhe-se os fatores primos comuns com os menores expoentes e em seguida efetua-se o produto destes expoentes.

Exemplo:
1) Encontrar o MDC entre os números 60 e 280

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

280	2
140	2
70	2
35	5
7	7
1	

Temos então:
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$
$280 = 2^3 \times 5 \times 7$

Escolhemos agora os fatores primos comuns aos dois números que decompomos, com os menores expoentes. Os fatores comuns aos dois números são 2 e 5, e estes fatores com seus menores expoentes são:
→ $2^2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$

Logo o MDC entre 60 e 280 é 20 e se escreve da seguinte forma:
→ **MDC (60, 280)** = **20**

2) Determinar o MDC entre 480 e 188

480	2	188	2
240	2	94	2
120	2	47	47
60	2	1	
30	2		
15	3		
5	5		
1			

Temos então,
$480 = 2^5 \times 3 \times 5$
$188 = 2^2 \times 47$

O único fator primo comum entre 480 e 188 é 2, e como deve ser escolhido aquele que tiver o menor expoente, então temos $2^2 = 4$

→ MDC (480, 188) = 4

Método das Divisões Sucessivas

(Método de Euclides)

Vamos encontrar o máximo divisor comum entre 60 e 280.

1º. Passo: Utilize o dispositivo abaixo colocando o maior número na primeira lacuna (do meio) e o menor na segunda lacuna (do meio):

280	60	

2º. Passo: Divida 280 por 60 colocando o quociente na lacuna de cima do 60 e o resto na lacuna abaixo do 280:

	4	
280	60	
40		

3º. Passo: O resto da divisão vai para a lacuna do meio do lado direito de 60 e repete-se os passos 1, 2 e 3 até encontrarmos resto zero.

	4	1	2
280	60	40	20
40	20	0	

4º. Passo: O último divisor encontrado será o MDC.

MDC (60, 280) = 20

Nota:

"Números Primos entre Si"

Dois ou mais números são considerados primos entre si se e somente o Máximo Divisor Comum entre esses números for igual a 1.

Exemplo:
21 e 16, pois MDC (21, 16) = 1

Exercícios Resolvidos

1) Determinar os dois menores números pelos quais devemos dividir 144 e 160, a fim de obtermos quocientes iguais.

Resolução:
Determinamos o MDC entre 144 e 160

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$2^4 . 3^2$

160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$2^5 . 5$

→ **mdc (144, 160) = 2^4 = 16**

Então:
144 ÷ 16 = 9
O maior divisor de 144 é 16 e o menor quociente 9,
Vem que 160 ÷ 16 = 10 onde 16 é também o maior divisor de 160 e 10 o menor quociente. Logo os números procurados são 9 e 10
pois 144 ÷ 9 = 16 e 160 ÷10 = 16.

2) Um terreno de forma retangular tem as seguintes dimensões, 24 metros de frente e 56 metros de fundo. Qual deve ser o comprimento de um cordel que sirva para medir exatamente as duas dimensões?
Resolução:

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

$2^3 . 7$

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$2^3 . 3$

Então:
→ **MDC (56, 24) = 8**

Resposta:
O comprimento do maior cordel que pode ser utilizado para medir as dimensões do terreno deve ser de 8 metros de comprimento, pois, 8 é o maior dos divisores comuns entre 56 e 24.

Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C)

"Mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais não nulos é o menor dos múltiplos, não nulo, comum a esses números."

Sejam dois conjuntos, um constituído pelos múltiplos de 6 e outro constituído pelos múltiplos de 9.

- **M(6) = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...}**
- **M(9) = {0, 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...}**

Observando-se os dois conjuntos de múltiplos de 6 e 9, verificamos que existem números que aparecem em ambos, isto é, são comuns aos dois conjuntos, como os números 18 e 36, isto é: **$M(6) \cap M(9) = \{0, 18, 36, ...\}$**

Isto significa que 18 e 36 são múltiplos comuns de 6 e 9, isto é, estes números são divisíveis ao mesmo tempo por 6 e por 9.
Logo teremos como Mínimo Múltiplo Comum entre 6 e 9 o número 18, isto é: **MMC (6, 9) = 18**

MÉTODO DA COMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números, obtém-se decompondo simultaneamente estes números e efetuando-se o produto dos fatores primos comuns e não comuns escolhidos com seus maiores expoentes.

Exemplo:
Determinar o MMC dos números 70, 140, 180.
Fatorando os números:

70	**2**	140	**2**	180	**2**
35	**5**	70	2	90	2
7	7	35	**5**	45	3
1		7	7	15	3
		1		5	**5**
				1	

Então temos:
$70 = 2 \times 5 \times 7$
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

Os fatores primos comuns, isto é, que aparecem nas três fatorações são **2** e **5**. O número **7** não é fator primo comum porque só aparece na fatoração dos números 70 e 140. O número 3 também não é fator primo comum porque só aparece na fatoração do número 180. Logo:

- fatores primos comuns escolhidos com os maiores expoentes: 2^2 e 5.
- Fatores primos não comuns escolhidos com os maiores expoentes: 3^2 e 7.

MMC (70, 140,180) = $2^2 \times 5 \times 3^2 \times 7 = 1260$

<u>MÉTODO DA DECOMPOSIÇÃO SIMULTÂNEA</u>

70, 140, 180	2
35, 70, 90	2
35, 35, 45	3
35, 35, 15	3
35, 35, 5	5
7, 7, 1	7
1, 1, 1	

Então:

MMC (70, 140, 180) = 2^2 x 3^2 x 5 x 7 = 1260

Relação entre o MMC e o MDC

O produto de dois números dados é igual ao produto do MDC desses números.

MMC (a, b) × MDC (a, b) = a x b

Exemplo:

Sejam os números 18 e 80

Temos pela regra que: 18 x 80 = MMC (18, 80) x MDC (18, 80)

O produto é 18 x 80 = 1440.

Vamos agora determinar o MMC desses dois números.

80, 18	2
40, 9	2
20, 9	2
10, 9	2
5, 9	3
5, 3	3
5, 1	5
1, 1	

MMC (80, 18) = 2^4 x 3^2 x 5 = 720

Logo:

MDC (80, 18) = 1440 ÷ MMC(18, 80) = 1440 ÷ 720 = 2

Exercício Resolvido

Para identificarmos se um problema deve ser resolvido através do MMC temos algumas indicações importantes.

I - Diante de um problema, verificar se trata de fatos repetitivos, significa que estes fatos são múltiplos;

II - Os acontecimentos deverão ser simultâneos, isto é, comuns;

III - Ao buscarmos a primeira coincidência, estamos buscando o MMC

Exemplo:

Três viajantes passam por determinado local respectivamente a cada 15, 20 e 25 dias. Sabendo-se que hoje os três se encontram, quando acontecerá o novo encontro?

Resolução:

❖Existe a ideia de repetição: "Sabendo-se que hoje os três se encontraram, quando ocorrerá o novo encontro?"

⇒ Múltiplo
❖"Encontrar-se-ão num determinado dia"
⇒ Comum
❖"Quando acontecerá o novo encontro"
⇒ Mínimo

Portanto:

15,	20,	25	2
15,	10,	25	2
15,	5,	25	3
5,	5,	25	5
1,	1,	5	5
1,	1	1	
			300

Resposta:
O primeiro encontro ocorrerá dentro de ***300 dias.***

Operações no conjunto dos Números Inteiros

Na época do Renascimento, os matemáticos sentiram cada vez mais a necessidade de um novo tipo de número que pudesse ser solução de equações tão simples como,
$x + 2 = 0$, $2x + 10 = 0$, $4y + y = 0$ e as ciências precisavam de símbolos para representar temperaturas acima e abaixo de **0ºC.**

Mas a tarefa não ficava só por criar um novo número, era necessário encontrar um símbolo que permitisse operar com esse número criado de um modo prático e eficiente.

O Conjunto dos Números Inteiros

Definimos o conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais, o conjunto dos números opostos dos números naturais e o **zero.** Este conjunto é denotado pela letra ℤ e pode ser escrito por ℤ = {.,.. ,4 ,3 ,2 ,1 ,0 ,1– ,2– ,3– ,4– ...}

Exemplos de subconjuntos do conjunto ℤ**:**

Conjunto dos números inteiros não negativos: $\mathbb{Z}_+$={ ... ,4 ,3 ,2 ,1 ,0}

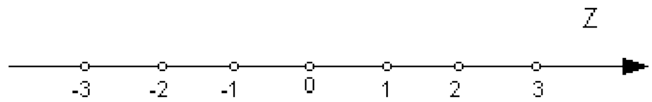
Conjunto dos números inteiros não positivos: $\mathbb{Z}_-$={.,.. ,1– ,2– ,3– ,4– 0}

Os números inteiros podem ser representados numa reta numerada, pelo que possuem uma determinada ordem. Visto aqui serem apresentados os números negativos, poderemos também discutir o módulo de um número assim como as operações que podemos realizar com eles. As operações que iremos abordar, juntamente com as suas propriedades, são a adição e a multiplicação.

Por fim falaremos também da potenciação dos números inteiros e a radiciação dos mesmos.

Reta Numerada

Geometricamente, o conjunto $\mathbb{Z}$**,** pode ser representado pela construção de uma reta numerada, considerando o número **zero** como a origem e o número um em algum lugar, tomar a unidade de medida como a distância entre o **0** e o **1** e por os números inteiros da seguinte forma:



Observando a reta numerada, notamos que a ordem que os números inteiros obedecem é crescente da esquerda para a direita, e é por esta razão que indicamos com uma seta para a direita. Esta consideração é adaptada por convenção.

Tendo em conta, ainda, a reta numerada podemos afirmar que todos os números inteiros têm um e somente u**m antecessor** e também um e somente um **sucessor.**

Ordem e Simetria no Conjunto $\mathbb{Z}$

O sucessor de um número inteiro é o número que está imediatamente à sua direita na reta **(**em $\mathbb{Z}$**)** e o antecessor de um número inteiro é o número que está imediatamente à sua esquerda na reta **(em $\mathbb{Z}$).**

Exemplo:

3 é sucessor de 2 e 2 é antecessor de 3

\- 5 é antecessor de - 4 e - 4 é sucessor de -5

Todo o número inteiro **exceto o zero** possui um elemento denominado de simétrico, cuja característica é encontrar-se à mesma distância da origem que o número considerado.

Módulo de um número inteiro

O módulo ou valor absoluto de um número inteiro é definido como sendo o maior valor (máximo) entre um número e o seu elemento oposto e pode ser denotado pelo uso de duas barras verticais. Assim:

$$|\mathbf{x}| = \mathbf{max}\{-\mathbf{x}, \mathbf{x}\}$$

Exemplo:

$$|\mathbf{0}| = \mathbf{0}$$

$$|\mathbf{8}| = \mathbf{8}$$

$$|-\mathbf{6}| = \mathbf{6}$$

Adição de números inteiros

Para entendermos melhor esta operação, associaremos aos números positivos a ideia de ganhar e aos números inteiros negativos a ideia de perder.

Exemplo:

perder 3 + perder 4 = perder 7

(-3) + (-4) = -7

ganhar 8 +perder 5 = ganhar 3

(+8) + (-5) = (+3)

Tem de se ter em atenção que, o sinal **(+)** antes do número positivo pode ser dispensado, mas o sinal **(-)** antes do número negativo nunca pode ser dispensado.

Subtração de números inteiros

A operação de subtração é uma operação inversa à da adição

Exemplo:
a) (+8) - (+4) = (+8) + (-4) = = +4
b) (-6) - (+9) = (-6) + (-9) = -15
c) (+5) - (-2) = (+5) + (+2) = +7

Conclusão: Para subtrairmos dois números relativos, basta que adicionemos ao primeiro o oposto do segundo.

Observação: A subtração no conjunto Z tem apenas a propriedade do fechamento (a subtração é sempre possível)

Eliminação de Parênteses precedidos de Sinal Negativo

Para facilitar o cálculo, eliminamos os parênteses usando o significado do oposto. Veja:

a) -(+8) = -8 (significa o oposto de +8 é -8)
b) -(-3) = +3 (significa o oposto de -3 é +3)

analogicamente:

a) -(+8) - (-3) = -8 +3 = -5
b) -(+2) - (+4) = -2 - 4 = -6
c) (+10) - (-3) - +3) = 10 + 3 - 3 = 10

Conclusão: podemos eliminar parênteses precedidos de sinal negativo trocando-se o sinal do número que está dentro dos parênteses.

Multiplicação de números inteiros

A multiplicação funciona, explicando de uma forma muito simplificada, como o adicionar de números iguais. Poderíamos analisar tal situação como o fato de estarmos a ganhar repetidamente alguma quantidade.

Exemplo:
Ganhar um objeto 30 vezes consecutivas, significa ganhar 30 objetos e podemos representar esta repetição por um **x**, isto é **1 + 1 + ... + 1 = 30 x 1 = 30**
Se trocarmos o número **1,** por **(-2),** ficamos com **(-2) + (-2) + ... + (-2) + (-2) = 30 x (-2) = - 60**

Observamos que a multiplicação é um caso particular da adição onde os valores são repetidos.
A multiplicação tem, no entanto, algumas regras que têm de ser seguidas. Elas são:

(+1) x (+1) = (+1)
(+1) x (-1) = (-1)
(-1) x (+1) = (-1)
(-1) x (-1) = (+1)

Assim podemos concluir que:

Sinais Iguais: Somam-se os números prevalecendo o sinal.

Exemplos:
(+2) + (+3) = +5
(-2) + (-3) = - 5

❖**Sinais Diferentes:** Subtraem-se os números prevalecendo o sinal do maior número em módulo.

Exemplos:
(-2) + (+3) = +1
(+2) + (- 3) = -1

Propriedades da multiplicação de números inteiros

Associativa

Para todos **a, b, c ∈ ℤ: a x (b x c) = (a x b) x c**
Exemplo: 3 x (7 x 2) = (3 x 7) x 2

Comutativa

Para todos **a, b ∈ ℤ: a x b = b x a**
Exemplo: 3 x 7 = 7 x 3 = 21

Existência de elemento neutro

Existe um elemento em ℤ que multiplicado por qualquer outro número em ℤ o resultado é o próprio número. Este elemento é o **1** e vamos ter **z x 1 = z**
Exemplo: 7 x 1 = 7

Existência de elemento inverso

Para todo o inteiro **z,** diferente de zero, existe um inverso

$$z^{-1} = \frac{1}{z}$$

tal que

$$z \times z^{-1} = z \times \frac{1}{z} = 1$$

Exemplo:

$$9 \times 9^{-1} = 9 \times \frac{1}{9} = 1$$

Propriedade distributiva

Para todos **a, b, c em ℤ: a x (b + c) = (a x b) + (a x c)**

Exemplo: 3 x (4 + 5) = (3 x 4) + (3 x 5)

Divisão de números inteiros

- A divisão consiste, como o próprio nome diz, dividirmos, por exemplo, temos seis laranjas para serem divididas entre duas pessoas:
- Então temos:
Pessoa 1: 3 laranjas
Pessoa 2: 3 laranjas

Cada pessoa ficou com três laranjas. Agora podemos escrever isto matematicamente:
• Seis laranjas divididas entre duas pessoas:
6/2 = 3 ou 6 ÷ 2 = 3

Para encontrarmos as três laranjas para cada pessoa podemos pensar também, qual é o número que multiplicado por 2 (divisor) dá as seis laranjas.
3 x 2 = 6