

# Tribunal de Justiça do Estado de Pernambuco

Concurso Público 2017

Técnico Judiciário – TPJ / Função Administrativa



## Raciocínio Lógico

### Conteúdo

#### Introdução

 Proposições: Lógica de Argumentação; Premissa e Conclusão; Silogismo, Proposições simples e compostas; Tabelas Verdade; Equivalência entre proposições; Negação de proposições; Conjuntos; Operações com conjuntos; pertinência e inclusão; Sequências lógicas; sequências numéricas, progressão aritmética, progressão geométrica.

#### Exercícios

Coletânea de Exercícios – I  
Coletânea de Exercícios – II  
Coletânea de Exercícios – III  
Coletânea de Exercícios – IV



## Introdução

Muitas pessoas gostam de falar ou julgar que possuem e sabem usar o **raciocínio lógico**, porém, quando questionadas direta ou indiretamente, perdem, esta linha de raciocínio, pois este depende de inúmeros fatores para completá-lo, tais como:

- calma,
- conhecimento,
- vivência,
- versatilidade,
- experiência,
- criatividade,
- ponderação,
- responsabilidade, entre outros.

Ao nosso ver, para se usar a lógica é necessário ter domínio sobre o pensamento, bem como, saber pensar, ou seja, possuir a "**Arte de Pensar**". Alguns dizem que é a sequência coerente, regular e necessária de acontecimentos, de coisas ou fatos, ou até mesmo, que é a maneira de raciocínio particular que cabe a um indivíduo ou a um grupo. Existem outras definições que expressam o verdadeiro raciocínio lógico aos profissionais de processamento de dados, tais como: um esquema sistemático que define as interações de sinais no equipamento automático do processamento de dados, ou o computador científico com o critério e princípios formais de raciocínio e pensamento.

Para concluir todas estas definições, podemos dizer que lógica é a ciência que estuda as leis e critérios de validade que regem o pensamento e a demonstração, ou seja, ciência dos princípios formais do raciocínio.

Usar a lógica é um fator a ser considerado por todos, principalmente pelos profissionais de informática (programadores, analistas de sistemas e suporte), têm como responsabilidade dentro das organizações, solucionar problemas e atingir os objetivos apresentados por seus usuários com eficiência e eficácia, utilizando recursos computacionais e/ou automatizados. Saber lidar com problemas de ordem administrativa, de controle, de planejamento e de raciocínio. Porém, devemos lembrá-los que não ensinamos ninguém a pensar, pois todas as pessoas, normais possuem este "Dom", onde o nosso interesse é mostrar como desenvolver e aperfeiçoar melhor esta técnica, lembrando que para isto, você deverá ser persistente e praticá-la constantemente, chegando à exaustão sempre que julgar necessário.

*Sucesso e bons estudos.*

*Apostilas Objetiva*

## Raciocínio Lógico



### Proposições

#### Lógica Sentencial (proposicional)

Chamaremos de proposição ou sentença, a todo conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo.

**Sendo assim, vejamos os exemplos:**

- a) O Instituto do Coração fica em São Paulo.
- b) O Brasil é um País da América do Sul.
- c) A Polícia Federal pertence ao poder judiciário.

Evidente que você já percebeu que as proposições podem assumir os valores **falsos** ou **verdadeiros**, pois elas expressam a descrição de uma realidade, e também observamos que uma proposição representa uma informação enunciada por uma oração, e, portanto, pode ser expressa por distintas orações, tais como: **“Pedro é maior que Carlos”, ou podemos expressar também por “Carlos é menor que Pedro”.**

**Temos vários tipos de sentenças:**

- Declarativas
- Interrogativas
- Exclamativas
- Imperativas

#### Leis do Pensamento

Vejamos algumas leis do pensamento para que possamos desenvolver corretamente o nosso pensar.

- **Princípio da Identidade.** Se qualquer proposição é verdadeira, então, ela é verdadeira.
- **Princípio de Não-Contradição.** Uma proposição não pode ser ao mesmo tempo **verdadeira** e **falsa**.
- **Princípio do Terceiro Excluído.** Uma proposição só pode ser **verdadeira** ou **falsa**, não havendo outra alternativa.
- **Sentenças Abertas.** Quando substituimos numa proposição alguns componentes por variáveis, teremos uma sentença aberta.

#### Valores Lógicos das Proposições

Valor lógico é a classificação da proposição em verdadeiro (V) ou falso (F), pelos princípios da não-contradição e do terceiro excluído. Sendo assim, a classificação é única, ou seja, a proposição só pode ser verdadeira ou falsa.

**Exemplos de valores lógicos:**

- O número 2 é primo. (Verdadeiro)
- Marte é o planeta vermelho. (Verdadeiro)
- No Brasil, fala-se espanhol. (Falso)
- Toda ave voa. (Falso)
- O número 3 é par. (Falso)
- O número 7 é primo. (Verdadeiro)
- O número 7 é ímpar. (Verdadeiro)

Somente às **sentenças declarativas** pode-se atribuir valores de **verdadeiro** ou **falso**, o que ocorre quando a sentença é, respectivamente, confirmada ou negada. De fato, não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso

às demais formas de sentenças como as interrogativas, as exclamativas e outras, embora elas também expressem juízos.

**São exemplos de proposições as seguintes sentenças declarativas:**

*O número 6 é par.*

*O número 15 não é primo.*

*Todos os homens são mortais.*

*Nenhum porco espinho sabe ler.*

*Alguns canários não sabem cantar.*

*Se você estudar bastante, então aprenderá tudo.*

*Eu falo inglês e francês.*

*Marlene quer um sapatinho novo ou uma boneca.*

**Não são proposições:**

*Qual é o seu nome?*

*Preste atenção ao sinal.*

*Caramba!*

### Proposição Simples

Uma proposição é dita proposição simples ou proposição atômica quando não contém qualquer **outra** proposição como sua componente. Isso significa que não é possível encontrar como parte de uma proposição simples alguma outra proposição diferente dela. Não se pode subdividi-la em partes menores tais que alguma delas seja uma nova proposição.

**Exemplo:**

A sentença “**Carla é irmã de Marcelo**” é uma proposição simples, pois não é possível identificar como parte dela qualquer outra proposição diferente. Se tentarmos separá-la em duas ou mais partes menores nenhuma delas será uma proposição nova.

### Proposição Composta

Uma proposição que contenha qualquer outra como sua parte componente é dita proposição composta ou proposição molecular. Isso quer dizer que uma proposição é composta quando se pode extrair como parte dela, uma nova proposição.

### Sentenças Abertas

Sentenças matemáticas abertas ou simplesmente sentenças abertas são expressões que não podemos identificar como verdadeiras ou falsas.

**Por exemplo:**  $x + 2 = 9$

Essa expressão pode ser verdadeira ou falsa, dependendo do valor da letra **x**.

Se **x** for igual a 7, a sentença é verdadeira, pois  $7+2=9$

Se **x** for igual a 3, a sentença é falsa, pois  $3 + 2$  não é igual a 9 ( $3 + 2 \neq 9$ )

Em sentenças abertas sempre temos algum valor desconhecido, que é representado por uma letra do alfabeto. Pode-se colocar qualquer letra, mas as mais usadas pelos matemáticos são: **x**, **y** e **z**.

Veja outros exemplos de sentenças abertas:

$x + 3 \neq 6$

$2y - 1 < - 7$

Pode-se, também, ter uma sentença aberta como proposição, porém nesse caso não é possível atribuir um valor lógico.

**x** é um **y** brasileiro.

Nessa proposição **b**, o valor lógico só pode ser encontrado se soubermos quem é **x** e **y** (variáveis livres). No caso de **x** igual a Roberto Carlos e **y** igual a cantor, a proposição será verdadeira. Já no caso de **x** igual a Frank Sinatra e **y** igual a cantor, a proposição será falsa.

Portanto, é muito comum na resolução de problemas matemáticos, trocar-se alguns nomes por variáveis.

Estude os valores lógicos da sentença aberta: "Se  $10x - 3 = 27$  então  $x^2 + 10x = 39$ "

**Resolução:**

Equação do primeiro grau: As equações do primeiro grau possuem uma única solução:

$$10x - 3 = 27$$

$$10x = 27 + 3$$

$$10x = 30$$

$$x = \frac{30}{10}$$

$$x = 3$$

**Conectivos Lógicos**

Chama-se conectivo a algumas palavras ou frases que em lógica são usadas para formarem proposições compostas.

**Veja alguns conectivos:**

- A negação **não** cujo símbolo é **~**.
- A disjunção **ou** cujo símbolo é **V**.
- A conjunção **e** cujo símbolo é **^**
- O condicional **se,....., então**, cujo símbolo é **-- >**.
- O bicondicional **se, e somente se**, cujo símbolo é **< - >**.

**Exemplo:**

A sentença "**Se x não é maior que y, então x é igual a y ou x é menor que y**" é uma proposição composta na qual se pode observar alguns conectivos lógicos ("**não**", "**se ... então**" e "**ou**") que estão agindo sobre as proposições simples "**x é maior que y**", "**x é igual a y**" e "**x é menor que y**".

Uma propriedade fundamental das proposições compostas que usam conectivos lógicos é que o seu valor lógico (**verdadeiro** ou **falso**) fica completamente determinado pelo valor lógico de cada proposição componente e pela forma como estas sejam ligadas pelos conectivos lógicos utilizados.

As proposições compostas podem receber denominações especiais, conforme o conectivo lógico usado para ligar as proposições componentes.

**Conjunção: A e B**

Denominamos conjunção a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "**e**".

A conjunção **A e B** pode ser representada simbolicamente como: **A ^ B**

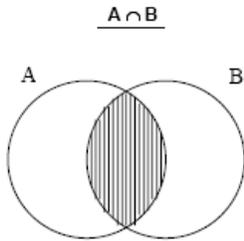
**Exemplo:**

Dadas as proposições simples:

**A:** Alberto fala espanhol.

**B:** Alberto é universitário.

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a conjunção "**A ^ B**" corresponderá à interseção do conjunto **A** com o conjunto **B**. **A ∩ B**.



Uma conjunção é verdadeira somente quando as duas proposições que a compõem forem verdadeiras, Ou seja, a conjunção

” $A \wedge B$ ” é verdadeira somente quando **A** é verdadeira e **B** é verdadeira também. Por isso dizemos que a conjunção exige a simultaneidade de condições.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da conjunção “**A e B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

| A | B | $A \wedge B$ |
|---|---|--------------|
| V | V | V            |
| V | F | F            |
| F | V | F            |
| F | F | F            |

### Disjunção: **A ou B**

Denominamos disjunção a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo “**ou**”.

A disjunção **A** ou **B** pode ser representada simbolicamente como:  $A \vee B$

#### Exemplo:

Dadas as proposições simples:

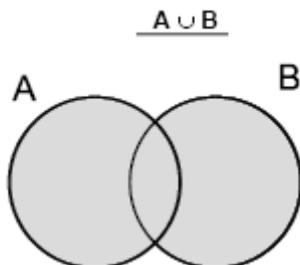
**A:** Alberto fala espanhol.

**B:** Alberto é universitário.

A disjunção “**A ou B**” pode ser escrita como:

$A \vee B$ : Alberto fala espanhol ou é universitário.

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a disjunção “ $A \vee B$ ” corresponderá à união do conjunto **A** com o conjunto **B**.



Uma disjunção é falsa somente quando as duas proposições que a compõem forem falsas. Ou seja, a disjunção “**A ou B**” é falsa somente quando **A** é **falsa** e **B** é **falsa** também. Mas se **A** for verdadeira ou se **B** for verdadeira ou mesmo se ambas, **A** e **B**, forem verdadeiras, então a disjunção será **verdadeira**. Por isso dizemos que, ao

contrário da conjunção, a disjunção não necessita da simultaneidade de condições para ser verdadeira, bastando que pelo menos uma de suas proposições componentes seja verdadeira.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da disjunção “**A** ou **B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

| <b>A</b> | <b>B</b> | <b>A ∨ B</b> |
|----------|----------|--------------|
| V        | V        | V            |
| V        | F        | V            |
| F        | V        | V            |
| F        | F        | F            |

### Condicional: Se **A** então **B**

Denominamos condicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo “**Se ... então**” ou por uma de suas formas equivalentes.

A proposição condicional “Se **A**, então **B**” pode ser representada simbolicamente como:  $A \rightarrow B$

#### Exemplo:

Dadas as proposições simples:

**A**: José é alagoano.

**B**: José é brasileiro.

A condicional “Se **A**, então **B**” pode ser escrita como:

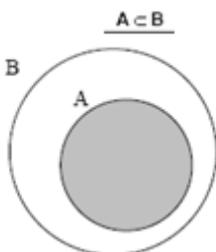
**A** → **B**: Se José é alagoano, então José é brasileiro.

Na proposição condicional “Se **A**, então **B**” a proposição **A**, que é anunciada pelo uso da conjunção “**se**”, é denominada condição ou antecedente enquanto a proposição **B**, apontada pelo advérbio “**então**” é denominada conclusão ou conseqüente.

As seguintes expressões podem ser empregadas como equivalentes de “Se **A**, então **B**”:

**Se A, B.**  
**B, se A.**  
**Todo A é B.**  
**A implica B.**  
**A somente se B.**  
**A é suficiente para B.**  
**B é necessário para A.**

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a proposição condicional “Se **A** então **B**” corresponderá à inclusão do conjunto **A** no conjunto **B** (**A** está contido em **B**):



Uma condicional “Se **A** então **B**” é falsa somente quando a condição **A** é verdadeira e a conclusão **B** é falsa, sendo verdadeira em todos os outros casos. Isto significa que numa proposição condicional, a única situação que não pode ocorrer é uma condição verdadeira implicar uma conclusão falsa.

Na tabela-verdade apresentada a seguir podemos observar os resultados da proposição condicional “Se **A** então **B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

| A | B | $A \rightarrow B$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V                 |
| V | F | F                 |
| F | V | V                 |
| F | F | V                 |

### Bicondicional: **A se e somente se B**

Denominamos bicondicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo “se e somente se”.

A proposição bicondicional “**A se e somente se B**” pode ser representada simbolicamente como:  $A \leftrightarrow B$

#### Exemplo:

Dadas as proposições simples:

**A:** Adalberto é meu tio.

**B:** Adalberto é irmão de um de meus pais.

A proposição bicondicional “**A se e somente se B**” pode ser escrita como:

$A \leftrightarrow B$ : Adalberto é meu tio se e somente se Adalberto é irmão de um de meus pais.

Como o próprio nome e símbolo sugerem, uma proposição bicondicional “**A se e somente se B**” equivale à proposição composta “se **A** então **B**”.

Podem-se empregar também como equivalentes de “**A se e somente se B**” as seguintes expressões:

**A se e só se B.**

**Todo A é B e todo B é A.**

**Todo A é B e reciprocamente.**

**Se A então B e reciprocamente.**

**A somente se B e B somente se A.**

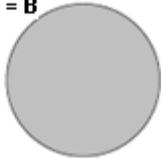
**A é necessário e suficiente para B.**

**A é suficiente para B e B é suficiente para A.**

**B é necessário para A e A é necessário para B.**

Se as proposições **A** e **B** forem representadas como conjuntos através de um diagrama, a proposição bicondicional “**A se e somente se B**” corresponderá à **igualdade** dos conjuntos **A** e **B**.

$A = B$



A proposição bicondicional “**A se e somente se B**” é verdadeira somente quando **A** e **B** têm o mesmo valor lógico (**ambas** são **verdadeiras** ou **ambas** são **falsas**), sendo falsa quando **A** e **B** têm valores lógicos contrários.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da proposição bicondicional “**A se e somente se B**” para cada um dos valores que **A** e **B** podem assumir.

| A | B | $A \leftrightarrow B$ |
|---|---|-----------------------|
| V | V | V                     |
| V | F | F                     |
| F | V | F                     |
| F | F | V                     |

### Negação: Não A

Dada uma proposição qualquer **A** denominamos negação de **A** à proposição composta que se obtém a partir da proposição **A** acrescida do conectivo lógico “**não**” ou de outro equivalente.

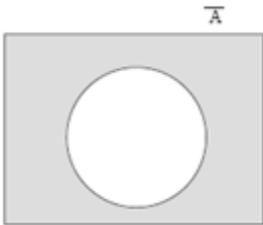
A negação “**não A**” pode ser representada simbolicamente como:  $\sim A$

Podem-se empregar, também, como equivalentes de “**não A**” as seguintes expressões:

**Não é verdade que A.**

**É falso que A.**

Se a proposição **A** for representada como conjunto através de um diagrama, a negação “**não A**” corresponderá ao conjunto complementar de **A**.



Uma proposição **A** e sua negação “**não A**” terão sempre valores lógicos opostos.

Na tabela-verdade, apresentada a seguir, podemos observar os resultados da negação “**não A**” para cada um dos valores que **A** pode assumir.

| A | $\sim A$ |
|---|----------|
| V | F        |
| F | V        |

### A Tabela-Verdade

Da mesma forma que as proposições simples podem ser verdadeiras ou falsas, as proposições compostas podem também ser verdadeiras ou falsas. O valor-verdade de uma expressão que representa uma proposição composta depende dos valores-verdade das subexpressões que a compõem e também a forma pela qual elas foram compostas.

As tabelas-verdade explicitam a relação entre os valores-verdade de uma expressão composta em termos dos valores-verdade das subexpressões e variáveis que a compõem.

Na tabela abaixo, encontra-se todos os valores lógicos possíveis de uma proposição composta correspondente das proposições simples abaixo:

**p:** Claudio é estudioso.

**q:** Ele passará no concurso.

|   | <b>p</b> | <b>q</b> |
|---|----------|----------|
| 1 | V        | V        |
| 2 | V        | F        |
| 3 | F        | V        |
| 4 | F        | F        |

### Teorema do Número de Linha da Tabela-Verdade

A tabela-verdade lista todas as possíveis combinações de valores-verdade **V** e **F** para as variáveis envolvidas na expressão cujo valor lógico deseja-se deduzir. A tabela-verdade de uma proposição composta com **n** proposições

simples componentes contém linhas. Ou seja, cada proposição simples tem **dois** valores **V** ou **F**, que se excluem. Para **n** proposição simples (atômicas) distintas, há tantas possibilidades quantos são os arranjos com repetição de (V e F) elementos **n** a **n**. Segue-se que o número de linhas da tabela-verdade é  $2^n$ . Assim para duas proposições são 4 linhas; para três proposições são 8; etc.

Então, para se construir uma tabela-verdade procede-se da seguinte maneira:

- 1) Determina-se o número de linhas da tabela-verdade que se quer construir;
- 2) Observa-se a procedência entre os conectivos, isto é, determina-se a forma das proposições que ocorrem no problema.
- 3) Aplicam-se as definições das proposições lógicas que o problema exigir.

### Operações sobre as Proposições e sua Tabela-Verdade

Uma série de operações é realizada quando se analisam as proposições e seus respectivos conectivos.

#### a) Negação ( ~ )

A negação de uma proposição **p**, indicada por  $\sim p$  (lê-se: "**não p**") é, por definição, a proposição que é **verdadeira ou falsa** conforme **p** é **falsa** ou **verdadeira**, de maneira que se **p** é verdade então  $\sim p$  é falso, e vice-versa. Os possíveis valores lógicos para a negação são dados pela tabela-verdade abaixo:

|   |          |
|---|----------|
| p | $\sim p$ |
| V | F        |
| F | V        |

**p**: Antonio é estudioso.  
 $\sim p$ : Antonio não é estudioso.

#### b) Conjunção ( ^ )

A conjunção de duas proposições **p** e **q**, indicada por  $p \wedge q$  (lê-se: "**p e q**") é, por definição, a proposição que é verdadeira só quando o forem as proposições componentes. A tabela-verdade para a conjunção de duas proposições é dada a seguir:

|   |   |              |
|---|---|--------------|
| p | q | $p \wedge q$ |
| V | V | V            |
| F | V | F            |
| V | F | F            |
| F | F | F            |

#### c) Disjunção ( v )

A disjunção de duas proposições **p** e **q**, indicada por  $p \vee q$  (lê-se: "**p ou q**"), é, por definição, a proposição que é verdadeira sempre que pelo menos uma das proposições componentes o for. A tabela-verdade para a disjunção de duas proposições é dada a seguir:

|   |   |            |
|---|---|------------|
| p | q | $p \vee q$ |
| V | V | V          |
| V | F | V          |
| F | V | V          |
| F | F | F          |

**p v q**: Antonio é estudioso ou ele passará no concurso.

#### d) Disjunção exclusiva ( v )

A disjunção de duas proposições  $p$  e  $q$ , indicada por  $p \vee q$  (lê-se: "ou  $p$  ou  $q$ ", **mas não ambos**), é, por definição, a proposição que é verdadeira sempre que a outra for falsa.

A tabela verdade para a disjunção exclusiva de duas proposições é dada a seguir.

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| V   | V   | F          |
| V   | F   | V          |
| F   | V   | V          |
| F   | F   | F          |

$p \vee q$ ; **ou** Antonio é estudioso **ou** ele passará no concurso (**mas não ambos**).

### e) Condicional ( $\rightarrow$ )

A proposição condicional, indicada por  $p \rightarrow q$  (lê-se: "Se  $p$  então  $q$ ") é, por definição, a proposição que é falsa quando  $p$  é verdadeira e  $q$  falsa, mas ela é verdadeira nos demais casos. A tabela-verdade para a proposição condicional é dada a seguir:

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| V   | V   | V                 |
| V   | F   | F                 |
| F   | V   | V                 |
| F   | F   | V                 |

$p \rightarrow q$ : **Se** Antonio é estudioso, então ele passará no concurso.

### f) Bicondicional ( $p \leftrightarrow q$ )

A proposição bicondicional, indicada por  $p \leftrightarrow q$  (lê-se: " **$p$  se e somente se  $q$** ") é, por definição, a proposição que é verdadeira somente quando  $p$  e  $q$  têm o mesmo valor lógico. A tabela-verdade para a proposição bicondicional é dada a seguir:

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| V   | V   | V                     |
| V   | F   | F                     |
| F   | V   | F                     |
| F   | F   | V                     |

$p \leftrightarrow q$ : Antonio é estudioso **se e somente se** ele passar no concurso.

Ou seja,  $p$  é condição necessária e suficiente para  $q$ .

## Tautologia

A palavra Tautologia é formada por 2 radicais gregos: taut (o) – o que significa "o mesmo" e -logia que significa "o que diz a mesma coisa já dita". Para a lógica, a Tautologia é uma proposição analítica que permanece sempre verdadeira, uma vez que o atributo é uma repetição do sujeito, ou seja, o uso de palavras diferentes para expressar uma mesma ideia; redundância, pleonasmo.

**Exemplo:** O sal é salgado

Uma proposição composta formada pelas proposições  $A, B, C, \dots$  é uma tautologia se ela for sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos das proposições  $A, B, C, \dots$  que a compõem.

### Exemplo:

A proposição "Se ( $A$  e  $B$ ) então ( $A$  ou  $B$ )" é uma tautologia, pois é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos de  $A$  e de  $B$ , como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

| A | B | A e B | A ou B | $(A \text{ e } B) \rightarrow (A \text{ ou } B)$ |
|---|---|-------|--------|--|
| V | V | V     | V      | V  |
| V | F | F     | V      | V  |
| F | V | F     | V      | V  |
| F | F | F     | F      | V  |

### Contradição

A contradição é uma relação de incompatibilidade entre duas proposições que não podem ser simultaneamente verdadeiras nem simultaneamente falsas, por apresentarem o mesmo sujeito e o mesmo predicado, mas diferirem ao mesmo tempo em quantidade e qualidade.

**Exemplo:** Todos os homens são mortais e alguns homens não são mortais.

Há uma relação de incompatibilidade entre dois termos em que a afirmação de um implica a negação do outro e reciprocamente.

Uma proposição composta  $P(p, q, r, \dots)$  é uma contradição se  $P(p, q, r, \dots)$  tem valor lógico **F** quaisquer que os valores lógicos das proposições componentes  $p, q, r, \dots$ , ou seja, uma contradição conterá apenas **F** na última coluna da sua tabela-verdade.

**Exemplo:** A proposição " $p$  e não  $p$ ", isto é,  $p \wedge (\sim p)$  é uma contradição. De fato, a tabela-verdade de  $p \wedge (\sim p)$  é:

| $p$ | $\sim p$ | $p \wedge (\sim p)$ |
|-----|----------|---------------------|
| V   | F        | F                   |
| F   | V        | F                   |

O exemplo acima mostra que uma proposição qualquer e sua negação nunca poderão ser simultaneamente verdadeiros ou simultaneamente falsos.

Como uma tautologia é sempre verdadeira e uma contradição sempre falsa, tem-se que:

**a negação de uma tautologia é sempre uma contradição**

enquanto

**a negação de uma contradição é sempre uma tautologia**

### Contingência

Chama-se Contingência toda a proposição composta em cuja última coluna de sua tabela-verdade figuram as letras **V** e **F** cada uma pelo menos vez. Em outros termos, contingência é toda proposição composta que não é tautologia nem contradição.

As Contingências são também denominadas **proposições indeterminadas**.

A proposição "se  $p$  então  $\sim p$ ", isto é,  $p \rightarrow (\sim p)$  é uma contingência. De fato, a tabela-verdade de  $p \rightarrow (\sim p)$  é:

| $p$ | $\sim p$ | $p \rightarrow (\sim p)$ |
|-----|----------|--------------------------|
| F   | V        | V                        |
| V   | F        | F                        |

**Resumidamente temos:**

- Tautologia contendo apenas **V** na última coluna da sua tabela-verdade;
- Contradição contendo apenas **F** na última coluna da sua tabela-verdade;
- Contingência contendo apenas **V** e **F** na última coluna da sua tabela-verdade.

|              |       |
|--------------|-------|
| Tautologia   | V     |
| Contradição  | F     |
| Contingência | V / F |

### Proposições Logicamente Equivalentes

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes ou simplesmente equivalentes quando são compostas pelas mesmas proposições simples e suas tabelas-verdade são idênticas. Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

Da definição de equivalência lógica pode-se demonstrar as seguintes equivalências:

#### Leis associativas:

- $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$
- $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

#### Leis distributivas:

- $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

#### Lei da dupla negação:

- $\sim(\sim A) \Leftrightarrow A$

#### Equivalências da Condicional

- $A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim A \vee B$
- $A \rightarrow B \Leftrightarrow \sim B \rightarrow \sim A$

### Negação de Proposições Compostas

Um problema de grande importância para a lógica é o da identificação de proposições equivalentes à negação de uma proposição dada. Negar uma proposição simples é uma tarefa que não oferece grandes obstáculos. Entretanto, podem surgir algumas dificuldades quando procuramos identificar a negação de uma proposição composta.

Como vimos anteriormente, a negação de uma proposição deve ter sempre valor lógico oposto ao da proposição dada. Deste modo, sempre que uma proposição **A** for verdadeira, a sua negação não **A** deve ser falsa e sempre que **A** for falsa, não **A** deve ser verdadeira.

Em outras palavras, a negação de uma proposição deve ser contraditória com a proposição dada.

A tabela abaixo mostra as equivalências mais comuns para as negações de algumas proposições compostas:

### Proposição Negação Direta Equivalente da Negação

| Proposição          | Negação direta            | Equivalente da Negação       |
|---------------------|---------------------------|------------------------------|
| A e B               | Não (A e B)               | Não A ou não B               |
| A ou B              | Não (A ou B)              | Não A e não B                |
| Se A então B        | Não (se A então B)        | A e não B                    |
| A se e somente se B | Não (A se e somente se B) | [(A e não B) ou (B e não A)] |
| Todo A é B          | Não (todo A é B)          | Algum A não é B              |
| Algum A é B         | Não (algum A é B)         | Nenhum A é B                 |

## Leis de “De Morgan”

- Negação de  $\wedge$  e  $\vee$ : Leis de “De Morgan”

Sejam as afirmações:

- $p$  = João é alto.
- $q$  = José é ruivo.

A proposição  $p \wedge q$  é verdadeira se os componentes forem verdadeiros.

- Quando a proposição é falsa?

Quando um dos componentes ou ambos forem falsos, i.e.,

$$\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

- Mostre as seguintes equivalências:

- $\neg (p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
- $\neg (p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

Essas duas equivalências são conhecidas como leis de “De Morgan” que foi o primeiro a expressá-las em termos matemáticos.

## Exemplos

### Exemplo 1:

$p$  = João tem 2 m de altura e ele pesa pelo menos 90 kg.

$\neg p$  = João não tem 2 m de altura ou ele pesa menos de 90 kg.

### Exemplo 2:

$p$  =  $x < 2$

$\neg p$  =  $x \geq 2$

### Exemplo 3:

$p$  =  $-1 < x \leq 4$

$\neg p$  =  $\neg (-1 < x \leq 4) \equiv \neg (x > -1 \wedge x \leq 4) \equiv$

$x \leq -1 \vee x > 4$ .

### Exemplo 4:

$p$  = João é alto e João é magro.

$\neg p$  = João não é alto ou João não é magro.

### Exemplo 5:

$t$  = João é alto e magro.

¬ t = João não é alto e magro.

Em lógica formal os vocábulos “e” e “ou” são permitidos somente entre afirmações completas e não entre partes de uma sentença.

- Apesar das leis da lógica serem extremamente úteis, elas devem ser usadas como uma ajuda ao raciocínio e não como um substituto mecânico a inteligência.
- Equivalência lógica é muito útil na construção de argumentos.

## Argumento

Denomina-se argumento a relação que associa um conjunto de proposições **P1, P2, ... Pn**, chamadas premissas do argumento, a uma proposição **C** a qual chamamos de conclusão do argumento.

No lugar dos termos premissa e conclusão podem ser usados os correspondentes hipótese e tese, respectivamente.

Os argumentos que têm somente duas premissas são denominados *silogismos*.

**Assim, são exemplos de silogismos os seguintes argumentos:**

- I - **P<sub>1</sub>**: Todos os artistas são apaixonados.  
**P<sub>2</sub>**: Todos os apaixonados gostam de flores.  
**C**: Todos os artistas gostam de flores.
- II - **P<sub>1</sub>**: Todos os apaixonados gostam de flores.  
**P<sub>2</sub>**: Miriam gosta de flores.  
**C**: Miriam é uma apaixonada.

## Argumento Válido

Dizemos que um argumento é válido ou ainda que ele é legítimo ou bem construído quando a sua conclusão é uma consequência obrigatória do seu conjunto de premissas. Posto de outra forma: quando um argumento é válido, a verdade das premissas deve garantir a verdade da conclusão do argumento. Isto significa que jamais poderemos chegar a uma conclusão falsa quando as premissas forem verdadeiras e o argumento for válido.

É importante observar que ao discutir a validade de um argumento é irrelevante o valor de verdade de cada uma das premissas. Em Lógica, o estudo dos argumentos não leva em conta a verdade ou falsidade das proposições que compõem os argumentos, mas tão-somente a validade destes.

### Exemplo:

O silogismo:

*“Todos os pardais adoram jogar xadrez.*

*Nenhum enxadrista gosta de óperas.*

*Portanto, nenhum pardal gosta de óperas”.*

está perfeitamente bem construído (veja o diagrama abaixo), sendo, portanto, um argumento válido, muito embora a verdade das premissas seja questionável.

**ATENÇÃO! ATENÇÃO!**

**Como se pode constatar, o que se vê aqui é somente uma pequena amostra dessa matéria. Efetuando o pagamento, você recebe TODAS as matérias, COMPLETAS, em seu e-mail.**